

**STUDI LITERATURE:
PENERAPAN KONSEP MEKANIKA LAGRANGE PADA KEHIDUPAN SEHARI-HARI**

Arina Alfa Rahmah^{*)}, Mahsa Akhdania, dan Bayu Setiaji
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta
email: arinaalfa.2023@student.uny.ac.id

ABSTRAK

Penerapan konsep mekanika pada kehidupan sehari-hari adalah hal penting dalam memahami fenomena fisika yang terjadi. Salah satu cabang dari ilmu fisika adalah mekanika yang mempelajari mengenai perilaku benda yang dipengaruhi oleh gaya dan perpindahan. Dalam keadaan yang kompleks dapat melibatkan banyak variabel pada penyelesaiannya sehingga perlu melibatkan metode secara matematis dengan menggunakan persamaan Lagrange. Artikel ini menjelaskan penerapan persamaan Lagrange dalam berbagai sistem seperti katrol, pengungkit, osilasi, dan sistem bandul ganda yang sering ditemui pada kehidupan sehari-hari. Selain itu, artikel ini memberikan contoh alat yang ditemui dalam kegiatan sehari-hari yang menggunakan penerapan persamaan Lagrange. Metode yang digunakan dalam pengambilan data artikel ini adalah metode studi literatur dengan menggunakan sepuluh artikel yang relevan dengan tema. Artikel ini diharapkan mampu memberikan gambaran dan pemahaman konsep mengenai mekanika Lagrange kepada pembaca, serta mampu memberikan contoh yang konkret dari aplikasi nyata teori fisika dalam kehidupan nyata.

Keywords: Persamaan Lagrange, katrol, pengungkit, osilasi, bandul ganda, studi literatur

ABSTRACT

The application of mechanical concepts to everyday life is important in understanding the physical phenomena that occur. One branch of physics is mechanics which studies the behavior of objects influenced by force and displacement. In complex situations, many variables can be involved in the solution, so it is necessary to involve mathematical methods using the Lagrange equation. This article explains the application of Lagrange's equation in various systems such as pulleys, levers, oscillations, and double pendulum systems that are often encountered in everyday life. In addition, this article provides examples of tools encountered in daily activities that use the application of the Lagrange equation. The method used in collecting data for this article is a literature study method using 10 articles relevant to the theme. It is hoped that this article will be able to provide readers with an overview and understanding of concepts regarding Lagrange mechanics, as well as being able to provide concrete examples of real applications of physical theory in real life.

Key words: Lagrange's equation, pulley, lever, oscillation, double pendulum, literature study

1. PENDAHULUAN

Dalam bidang ilmu fisika, mekanika adalah cabang fisika yang berkaitan dengan perilaku suatu benda yang terpengaruh gaya, serta berdampak pada benda tersebut dan di sekitarnya (Serway & Jewett, 2018). Dalam kehidupan sehari-hari, konsep fisika melandasi berbagai kegiatan atau aktivitas dan fenomena yang ada. Salah satu konsep penting dalam fisika adalah mekanika. Dalam hal mekanika terdapat berbagai metode secara matematis yang digunakan untuk menganalisis suatu fenomena contohnya pada sistem gerak sederhana benda dapat digunakan persamaan Newton untuk menyelesaikan permasalahan gerak suatu benda tersebut. Namun jika dihadapkan dengan persoalan sistem gerak benda yang kompleks, maka perlu menggunakan persamaan seperti Lagrange,

Hamilton, dan Poisson Bracket (Pandiangan). Persamaan tersebut dapat menyelesaikan persoalan dinamika benda secara kompleks.

Mekanika Lagrange bukan teori baru, tetapi merupakan sebuah perluasan dari Mekanika Newton. Mekanika Lagrange sendiri dikembangkan oleh Joseph Louis de Lagrange yang merupakan matematikawan asal Prancis pada abad ke-18. Lagrange dan Euler bekerjasama untuk menemukan solusi umum dari masalah The Brachistochrone yang diawali oleh seorang tokoh bernama Johann Bernoulli untuk diaplikasikan dalam bidang ilmu mekanika (Setiaji, dkk, 2024).

Tujuan artikel ini untuk mengetahui penerapan persamaan Lagrange dalam kehidupan sehari-hari menggunakan metode studi literatur dari beberapa artikel yang diperoleh. Dengan adanya pembuatan artikel ini

diharapkan dapat memberikan gambaran penerapan persamaan Lagrange dalam kehidupan sehari-hari kepada pembaca untuk menambah pengetahuan dan dapat digunakan sebagai media pembelajaran yang memberikan aplikasi nyata dan contoh konkret sesuai yang terjadi.

2. METODE PENELITIAN

Metode yang diterapkan dalam penulisan artikel ini adalah dengan melakukan studi literatur. Metode ini merupakan metode yang dilakukan dengan cara pengumpulan data, membaca, mencatat, dan menganalisis data yang diperoleh dari kumpulan artikel atau kajian yang didapatkan. Metode studi literatur memungkinkan untuk memperoleh pemahaman yang mendalam tentang topik tertentu tanpa perlu melakukan penelitian primer.

Referensi jurnal artikel yang didapatkan berjumlah 10 artikel yang membahas mengenai penggunaan persamaan lagrange dalam kehidupan sehari-hari. Jurnal yang didapatkan memiliki rentang waktu publikasi dari tahun 2014 hingga tahun 2024. Setelah mengumpulkan artikel-artikel tersebut, penulis membaca dan mengumpulkan informasi terkait dengan penggunaan persamaan Lagrange dari setiap artikel. Artikel ini menekankan fokus pada penerapan mekanika

lagrange dalam kehidupan sehari-hari. Konteks dari artikel ini dapat digunakan untuk menunjukkan pemahaman teori fisika mekanika lagrange dengan baik dalam memecahkan masalah gerakan benda untuk kehidupan nyata. Adapun urutan dalam pembuatan artikel sebagai berikut



Gambar 1. Langkah pembuatan artikel

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil dari pencarian 159 artikel diperoleh 10 artikel pada rentang waktu 2014-2024 yang relevan dengan kata kunci yang cocok dengan kata kunci yang dibuat. Artikel yang dipilih berdasarkan kesesuaian judul artikel studi literatur, yang berfokus pada penerapan Mekanika Lagrange pada kehidupan sehari-hari. Data analisis dari jurnal mengenai penggunaan persamaan Lagrange dalam kehidupan sehari-hari disusun dalam Tabel 1.

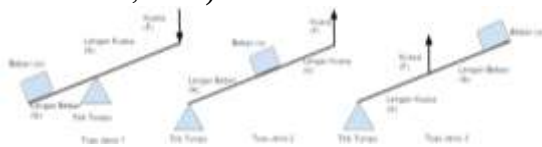
Tabel 1. Data studi literatur

No	Judul	Masalah	Metode	Hasil
1.	Mekanika Newton dan Dignifikansi Filosofisnya oleh Muhammad Taufiq dan Ida Kaniawati (2023).	Pengertian mekanika	Studi literature	Salah satu ilmu fisika adalah mekanika, yang mempelajari tentang cara objek berinteraksi dengan gaya atau mengalami perpindahan, dan efeknya pada objek lain di sekitarnya.
2.	Kajian Mekanika pada Materi Pesawat Sederhana oleh Muhammad Fadli, Annisa Kamila, Kasamira Delima, dan Tyrra Aulia Rahma (2022).	Penerapan persamaan Lagrange pada katrol ganda	Metode meringkas atau (summarize)	Formulasi Lagrange pada penerapan katrol ganda
3.	Analisis Pembelajaran Fisika Materi Dinamika oleh Siti Maryam, Susilawati, Habibah Nurul, dan Azam I. (2022).	Dinamika rotasi dalam mekanika lagrange	System Literature Review (SLR)	Persamaan Lagrange merupakan formulasi yang merepresentasikan hukum-hukum gerak Newton yang dapat memakai koordinat-koordinat sembarang dan tidak terikat untuk satu jenis sistem koordinat
4.	Penerapan Persamaan	Penerapan	Kajian	Melakukan analisis terhadap sistem

	Lagrange pada Sistem Bandul Ganda yang Terhubung oleh Pegas oleh Nila Mutia (2023)	mekanika lagrange pada bandul ganda	Pustaka	bandul ganda yang terkait dengan pegas menggunakan pendekatan persamaan Lagrange untuk mendapatkan persamaan gerak sistem tersebut.
5.	Mekanika Pegas-Pendulum Tergandeng dalam Tinjauan Lagrangian oleh Wahyuni, & Irawati. (2022)	Penerapan persamaan Lagrange pada kasus gerak pegas pendulum	Metode Lagrange dan tampilan visualisasi-nya	Didapatkan hasil persamaan gerak yang digunakan untuk mengetahui dinamika gerak sistem pada kasus pegas pendulum dengan persamaan lagrange.
6.	Kajian Model Pembelajaran Fisika SMA pada Topik Kinematika Gerak Lurus oleh Arif Muzakki, Indriani Novia Ramadhanti, Intan Nurul Alifiyan, dan Tiara Ayu (2022).	Penerapan persamaan lagrange pada kasus gerak GLBB	Studi literatur	Menyelesaikan masalah gerakan suatu objek dalam sistem yang kompleks dapat dilakukan dengan menggunakan persamaan Lagrange, Hamilton, dan juga Poisson Bracket.
7.	Pembelajaran Fisika Sekolah Menengah Atas pada Materi Osilasi: Studi Literatur oleh Fatimah, Zain, Fadilla, dan Sholina (2022).	Penerapan persamaan Lagrange pada osilasi	Studi literatur dengan analisis bibliometrik	Dalam kehidupan sehari-hari, terdapat tiga jenis osilasi yang umum terjadi: osilasi harmonik sederhana, osilasi harmonik terpaksa, dan osilasi sinusoidal terpaksa. Osilasi harmonik sederhana merujuk pada gerakan maju-mundur suatu objek tanpa percepatan atau perlambatan.
8.	Persamaan Gerak Vertikal Ke Bawah yang Dipengaruhi Gaya Gesek Udara Menggunakan Theorema Lagrange oleh Alivia, Wahyudianti, Ma'ruf AlBawani, Supriadi. (2023).	Konsep fisika menggunakan persamaan mekanika newton dan lagrangian dalam konteks gerak vertikal ke bawah	kajian teoritis matematis	Persamaan diferensial parsial dari persamaan Lagrangian digunakan untuk menganalisis pergerakan vertikal turun dengan memperhitungkan pengaruh gaya gesekan udara. Akibatnya, diperoleh tiga persamaan Lagrange yang menggambarkan percepatan, kecepatan, dan posisi dalam pergerakan vertikal yang dipengaruhi oleh gaya gesekan udara.
9.	Pendekatan Numerik Gerak Kinematika Pendulum Pegas Tergandeng oleh Rini, Saefan, Khoiri. (2022).	Persamaan gerak sistem pendulum pegas bergandeng	Metode kajian pustaka	Penggunaan metode E-L dalam penelitian ini telah sesuai dengan standar untuk mendapatkan persamaan gerak, dan telah menjadi praktik yang lazim digunakan dalam penelitian sebelumnya.
10.	Studi awal fenomena osilasi antarmuka air-udara pada pipa vertikal dan hubungannya dengan frekuensi osilasi dan level getaran oleh Sucipto S.	stabilitas dan tegangan permukaan fluida yang dipengaruhi oleh gaya tarik-menarik antar molekul	penelitian deskriptif	Peningkatan amplitudo getaran dalam osilasi fluida dapat menghasilkan instabilitas pada tingkat getaran tertentu.

Persamaan Mekanika Lagrange biasanya dikaitkan dengan bidang matematika murni dan fisika, penerapan persamaan tersebut juga merekat dalam berbagai aspek yang mempengaruhi suatu sistem dalam kehidupan sehari-hari. Berdasarkan hasil dari studi literatur yang telah dilakukan, didapatkan hasil bahwa penerapan mekanika lagrange dalam kehidupan sehari-hari adalah dalam penggunaan sistem pengungkit, sistem katrol, sistem osilasi, dan sistem pada bandul ganda.

Pengungkit merupakan alat yang simpel yang digunakan untuk mengubah hasil dari suatu gaya. (Fadli, 2022). Dalam pengungkit, terdapat tiga komponen utama, yakni titik tumpu, titik beban, dan titik kuasa. Titik tumpu adalah lokasi di mana batang ditopang dan di mana putaran batang terjadi. Titik beban adalah posisi di mana beban diterapkan atau bekerja. Sedangkan titik kuasa adalah tempat di mana gaya atau tenaga diberlakukan (Haryanto dalam Fadli, 2022). Pengungkit dapat diklasifikasikan menjadi tiga kategori berdasarkan posisi kerja mereka, mencakup pengungkit golongan satu, dua, dan tiga. (Mawardi et al., 2023).



Gambar.2 Macam-macam pengungkit atau tuas

Pengungkit jenis pertama memiliki titik tumpu di antara titik beban dan titik kuasa, dengan keuntungan mekanis sebesar satu. Contoh-contoh pengungkit ini yang sering ditemukan dalam kegiatan sehari-hari meliputi jungkat-jungkit, gunting, tang, dan palu. Pengungkit jenis kedua, di mana titik beban berada di antara titik tumpu dan titik kuasa, memiliki keuntungan mekanis yang lebih dari satu. Contoh alat pengungkit jenis kedua mencakup gerobak dorong dan pemotong kertas. Sedangkan, pengungkit golongan ketiga memiliki titik kuasa di antara titik tumpu dan titik beban, dengan keuntungan mekanis kurang dari satu. Contoh alat pengungkit jenis ketiga seperti sekop dan cangkul. Pengungkit merupakan salah satu alat yang digunakan untuk meringankan pekerjaan manusia dengan cara merubah gaya tanpa mengurangi berat suatu benda dan memberikan kuasa yang lebih besar (Mawardi et al., 2023). Bilangan yang

menunjukkan kelipatan gaya menggunakan pesawat sederhana disebut keuntungan mekanika (Fadli, 2022). Persamaan yang digunakan untuk menyelesaikan keuntungan mekanis, beban dibagi dengan kuasa

$$KM = \frac{\text{beban}}{\text{kuasa}} = \frac{W}{F}$$

Momen gaya pada titik kuasa= momen gaya pada beban (Syahrial, 2022), jadi:

$$\begin{aligned} \tau_F &= \tau_E \\ F \times l_F &= W \times l_W \\ \frac{W}{F} &= \frac{l_F}{l_W} = km \end{aligned}$$

Keterangan:

KM: keuntungan mekanis

τ_F : momen gaya pada kuasa (N.m)

τ_W : momen gaya pada beban (N.m)

F : gaya atau kuasa (N)

W : beban (N)

l_F : lengan kuasa (m)

l_W : lengan beban (m)

Penerapan Lagrange dalam kehidupan sehari-hari meliputi osilasi atau getaran. Osilasi merupakan pergerakan yang berulang atau bolak-balik antara dua titik keseimbangan. Dalam kehidupan sehari-hari, terdapat tiga jenis osilasi, yaitu osilasi harmonik sederhana, osilasi harmonik terpaksa, dan osilasi sinusoidal. (Fatimah et al., 2022). Ketika suatu getaran atau osilasi berulang pada jalur yang sama secara otomatis, fenomena tersebut dikenal sebagai periodik. (Aulia, 2018). Pergerakan yang berulang secara teratur disebut gerak harmonik. Gerak harmonik sederhana adalah gerakan bolak-balik yang teratur melalui suatu titik. keseimbangan dengan banyak getaran tiap waktu selalu sama (Putri et al., 2019). Persamaan diferensial osilasi harmonik sederhana sebagai berikut

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

Keterangan : m = massa

k = konstanta pegas

$(x)t$ = perpindahan waktu

Gerakan dapat diredam osilasinya dengan gaya redaman dalam waktu tertentu osilasi akan berhenti, sehingga tersebut disebut gerakan harmonik teredam. Salah satu osilasi harmonik teredam adalah gerakan pada pegas (Pramudya dalam Nurdin, 2019). Persamaan umum diferensial pegas berosilasi teredam ditunjukkan pada persamaan

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

Keterangan :

m = massa

k = konstanta pegas

b = notasi gaya redam

Selain itu persamaan mekanika lagrange dapat ditemui pada sistem katrol yang biasa diaplikasikan dalam berbagai industri konstruksi, transportasi dan manufaktur. Dengan adanya kemajuan teknologi, katrol dapat digunakan secara efektif oleh pekerja bangunan salah satunya penggunaan katrol secara otomatis dengan bantuan aplikasi untuk memudahkan pengangkatan material bangunan. Artikel yang mengulas mengenai persamaan Lagrange pada sistem katrol dapat memberikan pemahaman konsep mengenai mekanika Lagrange untuk menganalisa secara matematis.

Contoh percobaan percobaan fisika yang menggunakan cara kerja katrol adalah pesawat Atwood. Pesawat Atwood dipengaruhi oleh gaya konstan. Dalam konteks gerak terkendala partikel pada permukaan bidang, gaya konstrain mempertahankan kontak antara partikel dan bidang tersebut, walaupun kadang tidak secara langsung terdeteksi sehingga perlu pendekatan dengan persamaan Lagrange (Ariska et al., 2019). Adapun persamaan Lagrange sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

$$\frac{d(l-x)}{dt} = \frac{dl}{dt} - \frac{dx}{dt} = 0 - \dot{y} = -\dot{x}$$

Kecepatan sudut katrol adalah

$$\omega = \frac{\dot{x}e}{a}$$

Dimana a adalah jari-jari katrol. Ek sistem pada massa m_1 adalah

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x})^2$$

Ek rotasinya adalah

$$T_{rotasi} = \frac{1}{2} I \left(\frac{\dot{x}}{a} \right)^2$$

Ek pada massa m_2 adalah

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 (-\dot{x})^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x})^2$$

Maka, enenrgi kinetik total dari pesawat Adwood yaitu

$$T = T_1 + T_{rotasi} + T_2$$

$$T = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x})^2 + \frac{1}{2} I \frac{\dot{x}^2}{a^2} + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x})^2$$

$$T = \frac{1}{2} \left(m_1 + \frac{I}{a^2} + m_2 \right) (\dot{x})^2$$

Artikel mengenai analisis dinamika bandul ganda dengan menggunakan persamaan Lagrange karena persamaan ini dapat menganalisis secara matematis untuk menggambarkan sistem mekanis yang kompleks. Dengan menggunakan persamaan Lagrange, kita dapat menggambarkan dinamika bandul ganda dengan cara yang lebih elegan dan efisien, memfasilitasi pemecahan masalah dan interpretasi fisika yang lebih baik. Adapun penerapan bandul ganda dalam kehidupan sehari-hari diantaranya digunakan sebagai ayunan pada kursi goyang, sensor getaran pada alat ukur kadar gula darah, jam bandul, alat ukur kecepatan angin, ayunan pada kamera stabilizer, dan masih banyak lainnya.

Pada contoh penerapan mengenai dinamika bandul ganda yang dihubungkan dengan pegas dapat diselesaikan dengan persamaan Lagrange. Sistem ini terdiri dari bandul identik bermassa m yang terikat pada tali yang tidak memiliki massa dengan panjang l . Kedua bandul dihubungkan melalui Ujung pegas yang elastis dan tidak memiliki massa dengan konstanta pegas k , yang masing-masing memiliki sudut defleksi teta 1 dan teta 2. (Dewi, 2023). Adapun penyelesaiannya sebagai berikut:

$$L = K - U$$

$$K = \frac{1}{2} m \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_2^2$$

$$\dot{x}_1 = l \dot{\theta}_1 \quad \text{dan} \quad \dot{x}_2 = l \dot{\theta}_2$$

$$K = \frac{1}{2} m (l \dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2} m (l \dot{\theta}_2)^2$$

$$U = -mgl \cos \theta_1 - mgl \cos \theta_2 + \frac{1}{2} k (l \sin \theta_2 - l \sin \theta_1)^2$$

$$L = \frac{1}{2} m (l \dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2} m (l \dot{\theta}_2)^2 + mgl \cos \theta_1 + mgl \cos \theta_2 - \frac{1}{2} k (l \sin \theta_2 - l \sin \theta_1)^2$$

Keterangan: Asumsikan sudut simpangan relatif kecil terhadap panjang tali

$$\sin \theta \approx \theta$$

$$\begin{aligned} \cos \cos \theta &\approx 1 - \frac{\theta^2}{2} \\ L &= \frac{1}{2} m(\dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2} m(\dot{\theta}_2)^2 + mgl \left(1 - \frac{\theta_1^2}{2}\right) \\ &\quad + mgl \left(1 - \frac{\theta_2^2}{2}\right) \\ &\quad - \frac{1}{2} kl^2 (\theta_2 - \theta_1)^2 \\ L &= \frac{1}{2} m(\dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2} m(\dot{\theta}_2)^2 + 2 mgl \\ &\quad - \frac{1}{2} mgl\theta_1^2 - \frac{1}{2} mgl\theta_2^2 \\ &\quad - \frac{1}{2} kl^2 (\theta_2 - \theta_1)^2 \end{aligned}$$

Dalam menemukan persamaan gerak untuk sistem bandul ganda yang terhubung dengan pegas, digunakan metode Euler-Lagrange (Dewi, 2023).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = \frac{\partial L}{\partial \theta_1}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = \frac{\partial L}{\partial \theta_2}$$

Koordinat umum untuk θ_1 :

$$\frac{d}{dt} (ml^2 \dot{\theta}_1) = -mgl \theta_1 + kl^2 (\theta_2 - \theta_1)$$

$$ml^2 \ddot{\theta}_1 = -mgl \theta_1 + kl^2 (\theta_2 - \theta_1)$$

$$\ddot{\theta}_1 = -\frac{g}{l} \theta_1 + \frac{k}{m} (\theta_2 - \theta_1)$$

Koordinat umum untuk θ_2 :

$$\frac{d}{dt} (ml^2 \dot{\theta}_2) = -mgl \theta_2 - kl^2 (\theta_2 - \theta_1)$$

$$ml^2 \ddot{\theta}_2 = -mgl \theta_2 - kl^2 (\theta_2 - \theta_1)$$

$$\ddot{\theta}_2 = -\frac{g}{l} \theta_2 - \frac{k}{m} (\theta_2 - \theta_1)$$

Jadi persamaan gerak pada system bandul ganda yang terhubung dengan pegas (Dewi, 2023) yaitu

$$\ddot{\theta}_1 + \frac{g}{l} \theta_1 - \frac{k}{m} (\theta_2 - \theta_1) = 0$$

$$\ddot{\theta}_2 + \frac{g}{l} \theta_2 + \frac{k}{m} (\theta_2 - \theta_1) = 0$$

4. KESIMPULAN

Artikel ini menggambarkan penerapan persamaan Lagrange dalam kehidupan sehari-hari, dengan menggunakan metode studi literatur yang diambil dari artikel. Persamaan Lagrange sendiri merupakan perluasan dari Mekanika newton yang memanfaatkan energi potensial dan energi kinetik sehingga dapat menghasilkan persamaan gerak tanpa memerlukan gaya yang muncul pada benda tersebut. Akan tetapi, dalam persamaan

Lagrange ini memiliki keterbatasan dalam menangani benda pada sistem yang terpengaruh oleh gaya non-konservatif atau gaya luar.

Menggunakan analisis dari 10 artikel yang diperoleh dan relevan, dapat diketahui bahwa penerapan persamaan Lagrange dapat ditemukan dalam berbagai sistem seperti pengungkit, katrol, osilasi, bandul ganda. Misalnya, dalam kehidupan sehari-hari, sistem pengungkit dapat diaplikasikan pada alat yang sering dilihat seperti jungkat-jungkit, gunting, cangkul. Adapun contoh dari osilasi seperti, bandul jam, ayunan dan senar alat musik. Selain itu, sistem katrol biasa digunakan dalam bidang industri konstruksi dan transportasi. Contoh lainnya ada pada sistem bandul ganda yang digunakan dalam kursi goyang dan alat ukur kecepatan angin, artikel ini menunjukkan bagaimana teori fisika dapat diaplikasikan secara praktis untuk memecahkan masalah sehari-hari.

Studi literatur ini dapat memberikan gambaran dan pemahaman mengenai penerapan mekanika Lagrange secara mendalam sehingga dapat menjadi referensi pembaca untuk memahami konsep mekanika dalam kehidupan sehari-hari. Dengan memperlihatkan beragam contoh konkret dalam penggunaan persamaan Lagrange. Dengan demikian, artikel ini menunjukkan betapa pentingnya penerapan praktis dari teori fisika dalam memecahkan masalah pada sistem.

5. REFERENSI

- Alivia, H., Wahyudianti, R., Ma'ruf Al Bawani, A., & Supriadi, B. (2023). Persamaan Gerak Vertikal Ke Bawah Yang Dipengaruhi Gaya Gesek Udara Menggunakan Theorema Lagrange. *String (Satuan Tulisan Riset Dan Inovasi Teknologi)*, 8(2), 231-235.
- Ariska, M. (2019). Penyelesaian Dinamika Pesawat Atwood Dengan Persamaan Euler-Lagrange Sebagai Alternatif Persamaan Newton Pada Fisika Sma. *Jurnal Inovasi Dan Pembelajaran Fisika*, 6(1), 62-69.
- Aulia, M. R., Zannah, N., Darajat, S. Z. A., Atmojo, T., & Karina, W. (2018). Osilasi Teredam Pada Pegas Dengan Medium Fluida. *Journal Of Teaching And Learning Physics*, 3(1), 22-26.
- Cahyadi, M., & Khotimah, S. N. Visualisasi Solusi Analitik Dari Osilasi Pegas

- Dengan Menggunakan Visual Basic For Application (Vba).
- Dewi, Nila Mutia. (2023) Penerapan Persamaan Lagrange Pada Sistem Bandul Ganda Yang Terhubung Oleh Pegas. *Jurnal Pembelajaran Fisika*, [S.L.], V. 12, N. 4, P. 172-177, Issn 2721-1959.
- Fadli, M., Insani, A. K., Delima, K., & Mahfud, T. A. R. (2022). Kajian Mekanika Pada Materi Pesawat Sederhana: Review Publikasi Ilmiah. *Mitra Pilar: Jurnal Pendidikan, Inovasi, Dan Terapan Teknologi*, 1(2), 171-190.
- Ghifari, M. R., Pramono, R. A., & Aziz, K. N. (2023). Aplikasi Gaya Magnet Pada Fenomena Osilasi Teredam Dalam Sistem Gerak Harmonik Sederhana. *Jurnal Penelitian Fisika Dan Terapannya (Jupiter)*, 5(1), 16-22.
- M. Ariska. (2019). Penyelesaian Dinamika Pesawat Atwood Dengan Persamaan Ular-Lagrange Sebagai Alternatif Persamaan Newton Pada Fisika Sma. *Jurnal Inovasi Dan Pembelajaran Fisika (Jipf)*, Vol.06, No. 1, Pp. 62-69.
- Mawarni, S. A., Supeno, S., Nuha, U., & Iqbal, M. (2023). Kajian Fisika Dan Pembelajarannya Pada Proses Pembangunan Rumah. *Orbita: Jurnal Pendidikan Dan Ilmu Fisika*, 9(1), 64-72.
- Nurdin, A., & Hastuti, S. (2019). Analisa Gerakan Osilator Harmonik Teredam Menggunakan Metode Numerik. *Journal Of Mechanical Engineering*, 3(2).
- Pandiangan, P. Tinjauan Ulang Konsep Mekanika Klasik.
- Putri, R. M., Risdianto, E., & Rohadi, N. (2019). Pengembangan Media Pembelajaran Interaktif Dengan Menggunakan Adobe Captivate Pada Materi Gerak Harmonik Sederhana. *Jurnal Kumparan Fisika*, 2(2 Agustus), 113-120.
- Rini, N. W., Saefan, J., & Khoiri, N. (2022, December). Pendekatan Numerik Gerak Kinematika Pendulum Pegas Tergandeng. In *Prosiding Seminar Nasional Lontar Physics Forum* (Pp. 57-62).
- Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2018). *Physics For Scientists And Engineers*. Cengage Learning.
- Setiaji, B., Haryadi Santoso, P., Nauli T., H., & Fitrotul Mas'ulah, N. (2024). *Mekanika Lagrange Dan Hamilton*. Wawasan Ilmu.
- Syahrial, A. H., Deliana, W., Cahyani, V. D., & Husaini, A. F. (2022). *Pembelajaran Fisika Materi Mekanika Benda Tegar: Review Media, Model, Dan Metode*. *Mitra Pilar: Jurnal Pendidikan, Inovasi, Dan Terapan Teknologi*, 1(2), 119-140.